



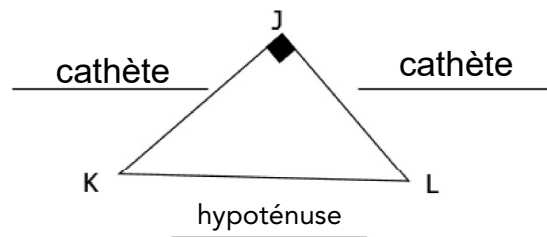
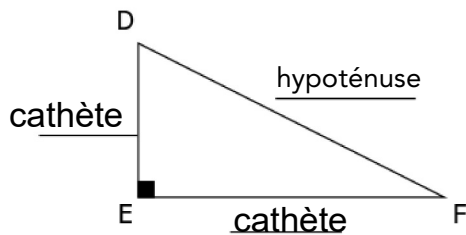
LA RELATION DE PYTHAGORE

4. Le triangle rectangle

Dans les triangles rectangles...

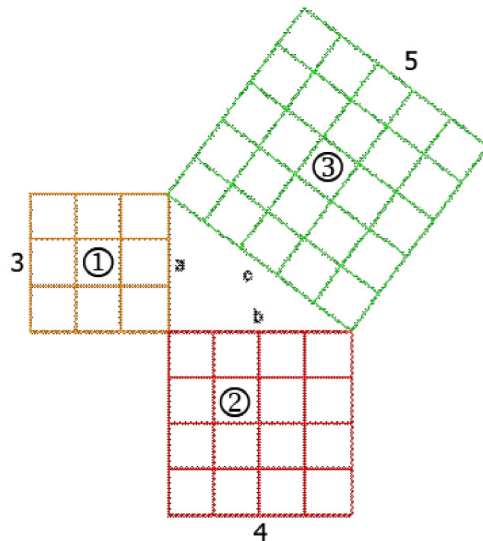
Hypoténuse : C'est le côté opposé à l'angle droit. => Toujours le plus long !

Cathètes : Ce sont les deux côtés qui forment l'angle droit.



5. La relation de Pythagore

Démonstration :



Détermine l'aire de chacun des carrés.

$$A_1 = \underline{3 \times 3 = 9 \text{ u}^2}$$

$$A_2 = \underline{4 \times 4 = 16 \text{ u}^2}$$

$$A_3 = \underline{5 \times 5 = 25 \text{ u}^2}$$

Que remarques-tu ?

$$\begin{array}{c}
 9 \quad + \quad 16 \quad = \quad 25 \\
 \swarrow \quad \nearrow \quad \quad \quad \uparrow \\
 \text{Cathètes} \quad \quad \quad \text{Hypoténuse}
 \end{array}$$

u²

6. Recherche d'une mesure manquante dans un triangle rectangle

Énoncé de Pythagore :

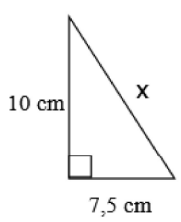
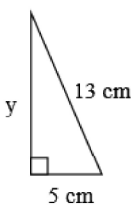
Dans tous triangles rectangles, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme du carré des cathètes.

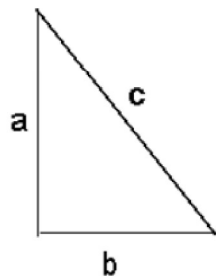
Ce théorème permet notamment de calculer l'une de ces longueurs à partir des deux autres

$$(\text{cathète})^2 + (\text{cathète})^2 = (\text{hypoténuse})^2$$

$$c_1^2 + c_2^2 = h^2$$

Avant de résoudre, repérer l'hypoténuse.

Pour trouver la mesure de l'hypoténuse	Pour trouver la mesure d'une cathète
$(\text{cathète})^2 + (\text{cathète})^2 = (\text{hypoténuse})^2$ <p style="text-align: center; margin-left: 40px;">pythagore:</p> $c^2 + c^2 = h^2$ <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> $10^2 + 7,5^2 = x^2$ $100 + 56,25 = x^2$ $156,25 = x^2$ $12,5 = x$ </div> </div> <p>l'hypoténuse mesure 12,5 cm</p>	$(\text{hypoténuse})^2 - (\text{cathète})^2 = (\text{cathète})^2$ <p style="text-align: center; margin-left: 40px;">pythagore:</p> $h^2 - c^2 = c^2$ <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> $13^2 - 5^2 = y^2$ $169 - 25 = y^2$ $144 = y^2$ $12 = y$ </div> </div> <p>L'autre cathète mesure 12 cm</p>



Dans ce triangle, le côté "c" est l'hypoténuse et les côtés "a" et "b" sont les cathètes.

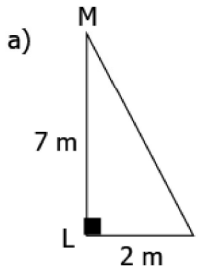
Côté **c** manquant :

Côté **a** manquant :

Côté **b** manquant :

Exemples

Détermine la mesure manquante de chacun des triangles suivants.



Pythagore:

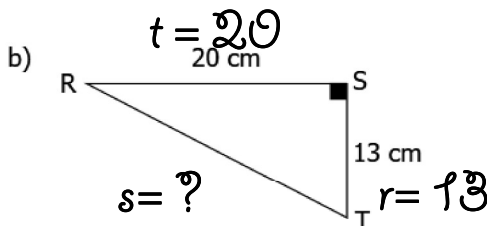
$$n^2 + m^2 = l^2$$

$$7^2 + 2^2 = l^2$$

$$49 + 4 = l^2$$

$$53 = l^2$$

$$7,28 \approx l \quad l \approx 7,28 \text{ m}$$



Pythagore:

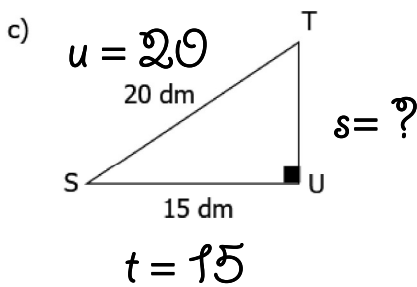
$$t^2 + r^2 = s^2$$

$$20^2 + 13^2 = s^2$$

$$400 + 169 = s^2$$

$$569 = s^2$$

$$23,85 \approx s \quad s \approx 23,85 \text{ cm}$$



Pythagore:

$$u^2 - t^2 = s^2$$

$$20^2 - 15^2 = s^2$$

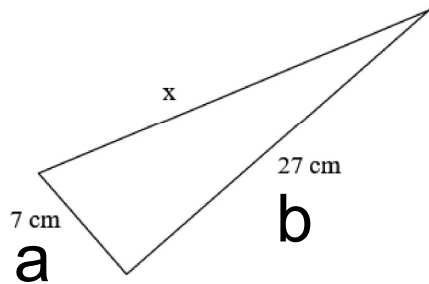
$$400 - 225 = s^2$$

$$175 = s^2$$

$$13,23 \approx s$$

$$s \approx 13,23 \text{ cm}$$

Exercices 1 : Dans le triangle rectangle suivant, quelle est la mesure du côté "x"?



Pythagore:

$$a^2 + b^2 = x^2$$

$$7^2 + 27^2 = x^2$$

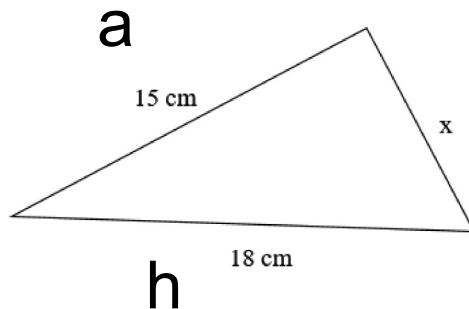
$$49 + 729 = x^2$$

$$778 = x^2$$

$$27,89 \approx x$$

$$x \approx 27,89 \text{ cm}$$

Exercices 2 : Dans le triangle rectangle suivant, quelle est la mesure du côté "x"?



Pythagore:

$$h^2 - a^2 = x^2$$

$$18^2 - 15^2 = x^2$$

$$324 - 225 = x^2$$

$$99 = x^2$$

$$9,95 \approx x$$

$$x \approx 9,95 \text{ cm}$$

7. Réciproque, triangle rectangle remarquable et triplet pythagoricien**VÉRIFIER SI UN TRIANGLE EST RECTANGLE**

Lorsqu'on connaît les trois mesures du côté d'un triangle, on peut utiliser la relation de Pythagore pour vérifier s'il est rectangle. Voici les étapes à suivre :

- 1) Repérer le plus long côté du triangle.
- 2) Écrire une égalité en utilisant la relation de Pythagore. Le plus long côté joue le rôle de l'hypoténuse.
- 3) Vérifier si l'égalité est vraie. Si oui le triangle est rectangle.

Exemple 1 : Un triangle dont les côtés mesurent 10 cm, 24 cm et 26 cm est-il rectangle ?

$$10^2 + 24^2 = 26^2$$

$$100 + 576 = 676$$

$$676 = 676$$

oui, c'est un
triangle rectangle

Exemple 2 : Un triangle dont les côtés mesurent 6 cm, 7 cm et 9 cm est-il rectangle ?

$$6^2 + 7^2 = 9^2$$

$$36 + 49 = 81$$

$$85 \neq 81$$

non, ce n'est pas un
triangle rectangle

Exemple 3 : Un triangle dont les côtés mesurent $\sqrt{5}$ dm, $\sqrt{11}$ dm et 4 dm est-il un triangle rectangle ?

$$\sqrt{5}^2 + \sqrt{11}^2 = 4^2$$


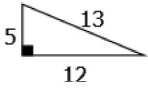
$$5 + 11 = 16$$

$$16 = 16$$

oui, c'est un
triangle rectangle

LES TRIANGLES RECTANGLES REMARQUABLES

Les trois côtés du triangle rectangle sont des nombres naturels. Les trois mesures des côtés forment alors « un triplet pythagoricien ». Il en existe une infinité !

Triangle rectangle remarquable	Relation de Pythagore	Triplet de Pythagore
	$3^2 + 4^2 = 5^2$ $9 + 16 = 25$	(3,4,5)
	$5^2 + 12^2 = 13^2$ $25 + 144 = 169$	(5,12,13)

Exercice 1

Est-ce que (16, 14, 11) forment un triplet pythagoricien ?

$$11^2 + 14^2 = 16^2$$

$$121 + 196 = 256$$

$$317 \neq 256$$

Non, ce n'est pas
un triplet
pythagoricien

Exercice 2

Est-ce que (6, 10, 8) forment un triplet pythagoricien ?

$$6^2 + 8^2 = 10^2$$

$$36 + 64 = 100$$

$$100 = 100$$

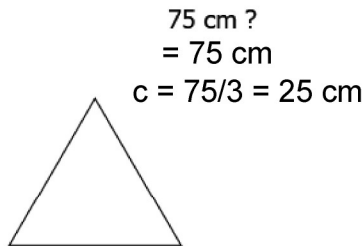
oui, ce n'est pas un
triplet pythagoricien

8. Certaines applications de la relation de Pythagore

8.1 La relation de Pythagore dans les figures

Afin d'utiliser la relation de Pythagore pour résoudre des problèmes, **il faut d'abord relever la présence d'un triangle rectangle** sur la figure.

Exemple 1: Quelle est la hauteur d'un triangle équilatéral dont le périmètre est de

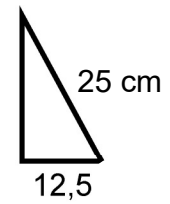


$$x = \sqrt{(25^2 - 12,5^2)}$$

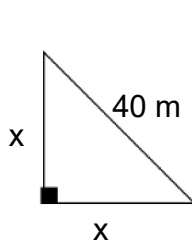
$$x = \sqrt{(625 - 156,25)}$$

$$y = \sqrt{(468,75)}$$

$$y \approx 21,65 \text{ cm}$$



Exemple 2 : Quelle est la surface d'un triangle rectangle **isocèle** qui possède une hypoténuse de 40 m ?



$$x^2 + x^2 = 40^2$$

$$2x^2 = 1600$$

$$x^2 = 800$$

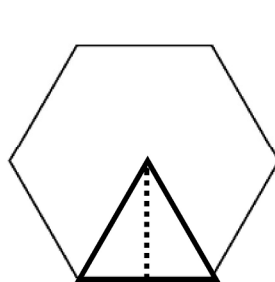
$$x \approx 28,28 \text{ m}$$

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

$$A = \frac{28,28 \times 28,28}{2}$$

$$A = 400 \text{ m}^2$$

Exemple 3 : Quelle est l'aire d'un hexagone régulier dont le périmètre est de 54 dm ?



$p = 54$ dm
 $c = 54/6 = 9$ dm

$$x = \sqrt{(9^2 - 4,5^2)}$$

$$x = \sqrt{(81 - 20,25)}$$

$$x = \sqrt{(60,75)}$$

$$x \approx 7,7942 \text{ dm}$$

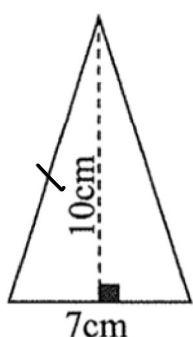
apothème = 7,7942 dm

$$A = \frac{p \times a}{2}$$

$$A = \frac{54 \times 7,7942}{2}$$

$$A = 210,44 \text{ dm}^2$$

Exemple 4 : Trouve le périmètre de ce triangle. **isocèle**



$$x = \sqrt{(10^2 + 3,5^2)}$$

$$x = \sqrt{(100 + 12,25)}$$

$$x = \sqrt{(112,25)}$$

$$x \approx 10,5948 \text{ cm}$$

$$P \approx 2(10,5948) + 7 \approx 28,19 \text{ cm}$$

Certains problèmes comportent plusieurs triangles rectangles et ont doit utiliser plusieurs fois la relation de Pythagore.

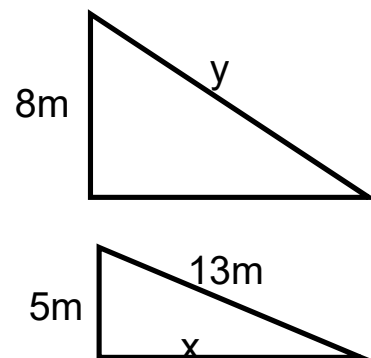
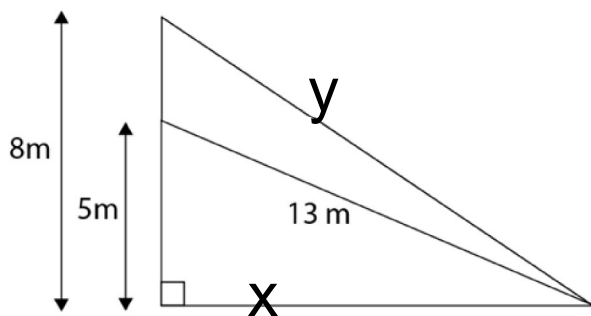
Veillez à utiliser des variables différentes dans un même problème.

Certains problèmes comportent plusieurs triangles rectangles et ont doit utiliser plusieurs fois la relation de Pythagore.

Veuillez à utiliser des variables différentes dans un même problème.

Exemple 5 :

Trouve la mesure de l'hypoténuse du grand triangle rectangle sur le dessin suivant :



$$x = \sqrt{(13^2 - 5^2)} \quad y = \sqrt{(12^2 + 8^2)}$$

$$x = \sqrt{(169 - 25)} \quad y = \sqrt{(144 + 64)}$$

$$x = \sqrt{(144)} \quad y = \sqrt{(208)}$$

$$x = 12 \text{ m} \quad y \approx 14,42 \text{ m}$$